

文章编号:1000-8055(2013)09-2003-06

应用特征线法求解航空发动机瞬态空气系统

吴 宏, 胡肖肖

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院
航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 用特征线法求解瞬态航空发动机空气系统的连续方程和动量方程, 单独迭代求解能量方程. 计算了空气系统内流体的压力、质量流量、温度随时间的变化规律. 结果表明内部节点的压力、质量流量以相近的趋势随进口压力变化, 但有相应的延迟, 延迟时间约为 0.01 s, 温度随边界温度变化而变化. 将准静态结果与软件 Flowmaster 的模拟结果对比, 吻合很好, 压力最大相对误差为 0.051%.

关 键 词: 瞬态; 空气系统; 特征线法; 算法; 模拟

中图分类号: V228.3

文献标志码: A

Solving transient second air system in engine by characteristics method

WU Hong, HU Xiao-xiao

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-engine Aero-thermodynamics,
School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The characteristics method was used to solve continuity equation and momentum equation of transient second air system in engine, and the energy equation was solved iteratively. The time-dependent change rules of pressure, mass flow rate and temperature of the flow in second air system were calculated. The result shows that the changes in pressure and mass flow rate of inner nodes vary similarly with the changes of inlet pressure with a corresponding delay time of 0.01 s, and the temperatures of elements vary with the boundary temperature. The quasi-static results show good agreement with that of software of Flowmaster, and the maximum relative error of pressure is 0.051%.

Key words: transient; second air system; characteristics method; algorithm; simulation

航空发动机工作在爬升、巡航、下降等不同的飞行状态下, 经常进行机动飞行, 变循环发动机也工作在非稳态过程中, 变化的工作状态对空气系统内的流动、换热有很大的影响, 使空气系统的状态参数随时间发生显著变化. 能否准确预测空气系统的参数变化关系到空气系统能否可靠地实现其性能, 决定了发动机能否安全可靠地工作.

在航空发动机二次空气系统^[1]总体流动与换热状态的设计与计算中, 对于稳态空气系统国内外学者进行了大量的研究, 一般采用网络法^[2-4]求解, 稳态算法已基本成熟. 相对于稳态空气系统的求解, 瞬态空气系统的计算难度更大. 针对空气系统非稳态分析目前国内处于起步阶段. 西安交通大学、南京航空航天大学等也正在与各航空研究

收稿日期: 2012-08-13

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130926.1103.201309.2003_028.html

基金项目: 国家自然科学基金(51176004)

作者简介: 吴宏(1971—), 男, 福建浦城人, 副教授, 博士, 主要从事航空发动机热高温部件冷却研究.

所合作研究完善航空发动机空气系统稳态模拟程序,并开始对瞬态空气系统模拟程序进行探索^[5].国外这方面发表的文献很少见,只是对航天器系统的热仿真、热设计方面采用热网络仿真方法^[5]和集成网络仿真方法^[2]中涉及到了非稳态的计算.但是对于瞬态空气系统至今没有一个较为成熟的算法,无法预测和分析空气系统瞬变特性.

对瞬态空气系统的求解也是基于网络模型,即将空气系统抽象成由节流单元与腔室组成的流网络,满足连续方程、动量方程、能量守恒方程.可以将复杂空气系统简化为一维非定常流动网络,对于求解瞬态一维非定常流动问题,特征线法^[7-9]是一个传统的有效数学求解方法.

将特征线法应用到航空发动机瞬态空气系统方程的求解中,其动量方程为偏微分方程,用特征线法求解;能量方程为常微分方程,可以单独迭代求解.这样就实现了对流场和温度场的耦合^[10-11]求解,计算出空气系统中流体的质量流量、压力和温度.本文对一个简单的空气系统模型进行了初步研究,用 Fortran 语言进行编程计算,计算结果和实验数据对比吻合很好,并且有良好的数值稳定性.特征线法理论性严密、物理概念清晰,因此本方法应用在瞬态空气系统计算中有很大优势.

1 计算方法

1.1 基本方程

取图1的1~2间的管段为控制体,根据质量守恒原理, dt 时间内,流入和流出控制体的质量差等于该时间内体积质量的减小^[12].

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v A dt) dx = - \frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx) dt \quad (1)$$

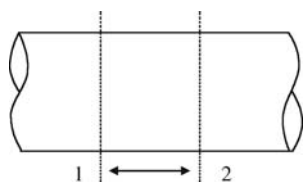


图1 连续性方程中的控制体

Fig. 1 Control volume in continuity equation

质量流量 $\dot{m} = \rho v A$, 声速 $c = \sqrt{kRT} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}$, 代入式(1)化简得连续性方程

$$\frac{c^2}{kA} \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

式中 A 为管件的平均截面积; $\dot{m}$ 为质量流量, p

为压力; t 为时间; k 为熵指数, $k = c_p/c_v$, 对于空气 k 为 1.4; R 为空气气体常数; T 为流体的温度, c_p 和 c_v 分别为质量定压热容和质量定容热容.

作用在微小微元体上的合外力有摩擦力、压力、旋转引起的离心力,由牛顿第二定律得

$$\left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] A - \tau \pi D dx - \rho A dx \omega^2 r = \rho A dx \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

式中 ω 为元件内流体旋转的折合角速度,切应力 τ 可用达西-威斯巴哈方程^[13]表示

$$\tau = \frac{\rho f v^2}{8} = \frac{\rho f}{8} \frac{c^4 \dot{m}^2}{p^2 A^2}$$

式中 f 为摩擦因数,其值是由流动状态、壁面表面粗糙度等因素共同决定的. v 为平均流速, D 为水力直径, r 为微元控制体的旋转半径,当管段进口半径比出口半径大时, r 为正;相反时, r 为负;当进出口半径相等时, r 为 0.

单个管件内速度变化很小,因此 $\frac{dv}{dt} \approx \frac{\partial v}{\partial t}$, $\rho A \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} - \frac{\dot{m}}{p} \frac{\partial p}{\partial t}$, 并且 $\frac{\dot{m}}{p} \frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{v}{c} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t}$, 管件内声速远大于流体流动速度,即使计入流体流动速度,对结果的影响也很小,所以忽略 $\frac{\dot{m}}{p} \frac{\partial p}{\partial t}$ 项.

最终动量方程化简为

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{k p \omega^2 r}{c^2} + \frac{k f c^2 \dot{m}^2}{2 D A^2 p} = 0 \quad (4)$$

将能量项 $\rho \left(u + \frac{v^2}{2} \right)$ (控制体中流体质点的比能)和 $\left(\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} \right)$ (加入微元段的总热量与流动功之差)代入输运方程,得开口系统一维流动能量方程的微分^[14]

$$\frac{d}{dt} \left[\left(u + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right] dx = q \rho A dx - \frac{\partial}{\partial x} (p v A) dx \quad (5)$$

则能量方程最终化简得

$$\frac{dp}{dt} - \frac{k p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} - (k-1) \rho (q + vG) = 0 \quad (6)$$

式中 ρ 为流经元件的冷却空气的密度, q 为加入微元管段的单位质量热交换率, $q = \frac{q_A dA_s}{\rho A dx} + q_r$, q_A 为微元管段单位侧面积对流体的传热率, q_r 为微元管段单位质量的热辐射率(暂时不考虑辐射换热, $q_r = 0$), 其中 $q_A = h(T_w - T^*)$, T_w 为固体边界温度, T^* 为流体的总温, h 为表面传热系

数, W 为流动功, Q 为热量, G 为比摩擦力^[14],

$G = \frac{\pi D dx}{\rho A dx}$, u 为单位体积流体所具有的内能, 并且有以下关联式:

$$\dot{m} = \rho A v \quad (7)$$

$$T^* = T + \frac{v^2}{2c_p} \quad (8)$$

$$p^* = p \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (9)$$

式中 p^* 为气体总压。

1.2 方程的处理与求解

1.2.1 特征方程

特征线是数学上偏微分方程在自变量域中存在的具有特定性质的曲线, 沿着特征线可将原偏微分方程变为常微分的特征线方程。物理上, 特征线是扰动传播的轨迹, 特征线方程组直接反映了压力波在管中的传播关系, 具有很明确的物理和几何特征^[14], 可以形象地展示流场的发展。

运用特征线法求解连续性方程和动量方程, 将式(2)和式(4)用一个因子 λ 线性组合^[15], $\lambda(2) + \lambda(4) = 0$ 可以确定 2 个特殊的 λ 值, 可将原方程变换成常微分方程。

$$\lambda = \pm \frac{1}{c/\sqrt{k}} \quad (10)$$

令 $c_1 = c/\sqrt{k}$, 得到两组常微分特征线方程。

沿左侧特征线 L^+ 方向

$$\frac{1}{A} \frac{d\dot{m}}{dt} + \frac{1}{c_1} \frac{dp}{dt} + \frac{p\omega^2 r}{c_1^2} + \frac{k^2 f c_1^2 \dot{m}^2}{2DA^2 p} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{dx}{dt} = c_1 \quad (12)$$

沿右侧特征线 L^- 方向

$$\frac{1}{A} \frac{d\dot{m}}{dt} - \frac{1}{c_1} \frac{dp}{dt} + \frac{p\omega^2 r}{c_1^2} + \frac{k^2 f c_1^2 \dot{m}^2}{2DA^2 p} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dx}{dt} = -c_1 \quad (14)$$

1.2.2 方程组的求解

沿图 2 的特征线积分可得

L^+ 方向

$$\begin{aligned} & \frac{c_1}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_{i-1}) + p_P - p_{i-1} + \\ & \frac{k^2 f c_1^2 dx}{(p_P + p_{i-1}) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_{i-1}}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_{i-1}}{2} \right| \right) + \\ & \frac{(p_P + p_{i-1}) \omega^2 r_i}{2c_1^2} dx = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

L^- 方向

$$\begin{aligned} & \frac{c_1}{A} (\dot{m}_P - \dot{m}_{i+1}) - p_P + p_{i+1} + \\ & \frac{k^2 f c_1^2 dx}{(p_P + p_{i+1}) DA^2} \left(\frac{\dot{m}_P + \dot{m}_{i+1}}{2} \left| \frac{\dot{m}_P + \dot{m}_{i+1}}{2} \right| \right) + \\ & \frac{(p_P + p_{i+1}) \omega^2 r_i}{2c_1^2} dx = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式中旋转半径 $r_i = dx(n-i)$, 其中 n 为 x 方向总节点数, 节点计数为 $1, 2, \dots, i, \dots, n$; dx 为相邻节点在 x 方向的间距。

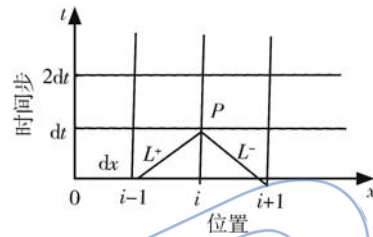


图2 特征线示意图

Fig. 2 Diagram of characteristic lines

能量方程在时间上进行差分得

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_{n+1} - \rho_n}{dt} = \frac{\rho_n}{k p_n} \frac{p_{n+1} - p_n}{dt} - \\ & \frac{(k-1)\rho_n}{k p_n} \left[\frac{4h(T_{w_n} - T_n^*)}{D} + \rho_n v_n G_n \right] \end{aligned} \quad (17)$$

两条特征线可以确定一个交点 P , 已知 $i-1$ 和 $i+1$ 两点在时刻 t_n 的压力和质量流量, 联立求解特征方程式(15)和式(16), 可以求得 P 点在新时刻 t_{n+1} 的压力 p_i 和质量流量 m_i . 将一个管件内的平均压力和平均质量流量代入能量方程, 可求得新时刻 t_{n+1} 的流体密度 ρ , 由状态方程 $P = \rho RT$, 可以求得新时刻流体的温度 T . 如此重复循环计算, 可逐点求出后继时刻各点的压力、质量流量和平均温度。

1.3 元件的处理

航空发动机空气系统内不只有管路, 还有其他元件, 例如孔、封严篦齿、多分叉管等(旋转盘腔暂时没有考虑). 在计算中它们是作为管件的边界点来处理的. 对于边界点, 只满足一个特征关系式, 并且元件进出口的参数满足各自的阻力关系式、能量方程。

1) 孔的示意图见图 3。

P 点的 k 管侧满足 L^+ 特征方程式(15), P 点的 $k+1$ 管侧满足 L^- 特征方程式(16); 并且均满足连续性方程 $\dot{m}_{(k,n)} = \dot{m}_{(k+1,1)}$ 、局部损失方程^[16]

$p_{(k,n)} - p_{(k+1,1)} = \frac{1}{2} \epsilon \frac{\dot{m}^2}{\rho A^2}$ 和能量方程式(17); 联立以上方程可以求得 4 个未知数: $p_{(k,n)}, p_{(k+1,1)}, \dot{m}_{(k,n)}, \dot{m}_{(k+1,1)}$.

2) 封严篦齿的示意图见图 4.

局部损失方程^[17]为 $p_k^2 - p_{k+1}^2 = f m_k^2$, 其中 $f = \frac{NRT^*}{b^2 F^2}$ (N 为篦齿的齿数, b 为经验系数, F 为篦齿的流通面积); 其他方程与元件孔的相同.

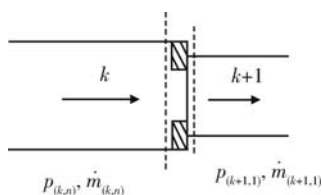


图 3 孔的示意图

Fig. 3 Diagram of hole



图 4 直通型篦齿和非直通型篦齿示意图^[16]

Fig. 4 Diagram of straight through labyrinth and non-straight through labyrinth

3) 多分叉管^[18](以三通管为例)的示意图见图 5.

P 点在 k 管侧满足 L^+ 特征方程(15); P 点的 $k+1$ 管侧满足 L^- 特征方程(16); P 点的 $k+2$ 管侧满足 L^- 特征方程(16); 并且根据质量流量守恒 $\sum \dot{m}_k = 0$; 满足两组局部损失方程和能量方程.

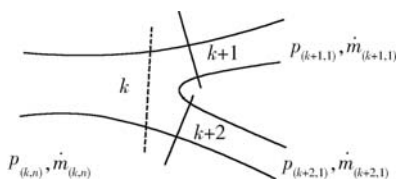


图 5 多分叉管示意图

Fig. 5 Diagram of bifurcated pipe

2 算例与分析

2.1 计算算例

选取由不同元件组成的简单空气系统为计算模型, L_i 代表不同的管件, 其他元件已在图中标出, 如图 6.

由于目前国内对空气系统的边界条件变化规律数据难以获得, 复杂的变化规律和简化的变化

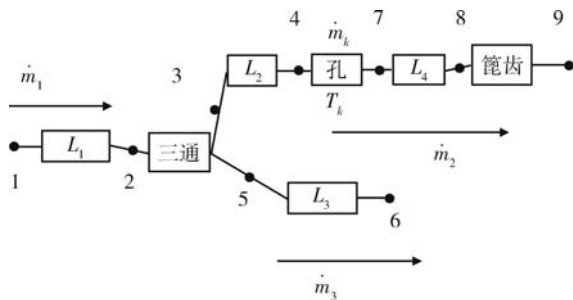


图 6 旋转状态下简单空气系统模型

Fig. 6 Model of simple rotary air system

规律的瞬态模拟没有本质的区别. 在验证计算中, 本文取了简单的正弦变化规律作为变化条件. 因此本计算以稳态状态为初始条件, 分别给定边界条件如下: 进口压力 p_1 不断变化, $p_1 = 53\,000 + 100\sin(31.4t)$ Pa, 出口压力 p_6, p_9 设为定值, 即 $p_6 = 52\,619$ Pa, $p_9 = 52\,619$ Pa, 固体边界温度 T_{solid} 随时间 t 变化, $T_{\text{solid}} = (300 + 300t)$ K, 转速为 $n_0 = 1000$ r/min. 根据这些条件来计算这一简单空气网络系统的瞬态特性, 并检验本文提出算法的可行性.

2.2 计算结果与分析

取算例中两个节点的压力 p_4, p_8 与进口压力 p_1 比较, 由图 7、图 8、图 9 可以看出空气系统内各节点的压力随时间变化的趋势与进口压力变化基本一致, 都近似为正弦变化.

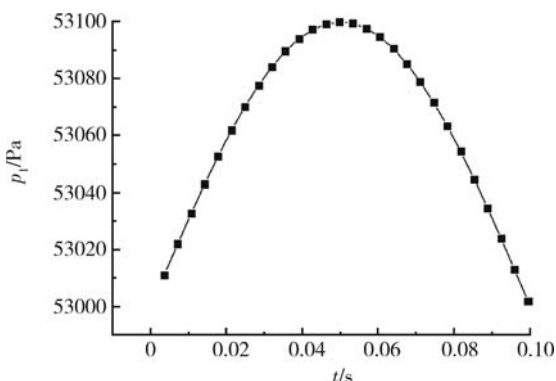
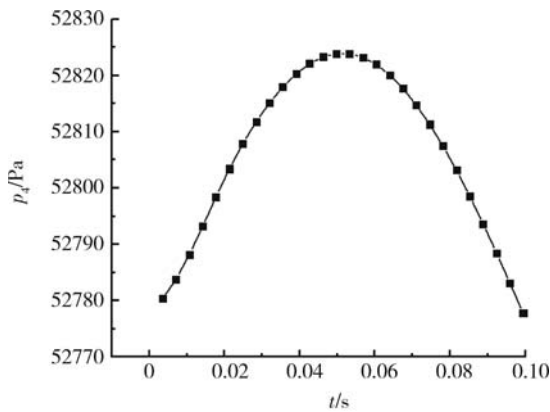
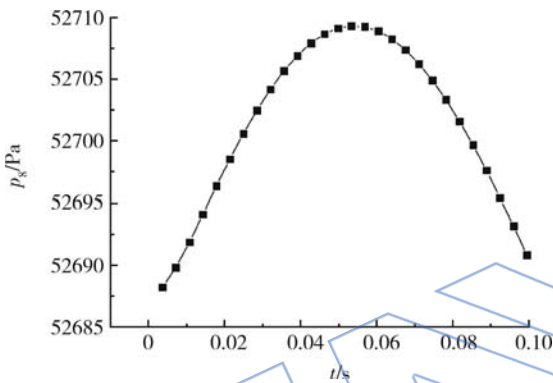
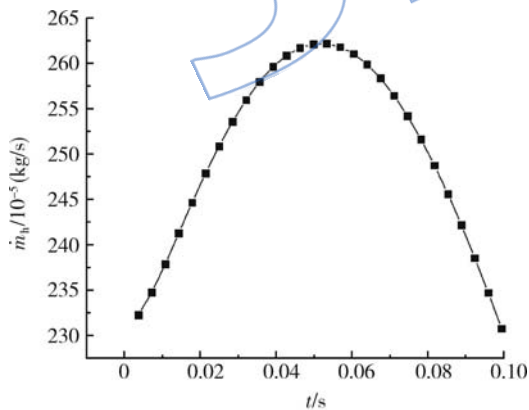


图 7 进口压力 p_1 随时间的变化

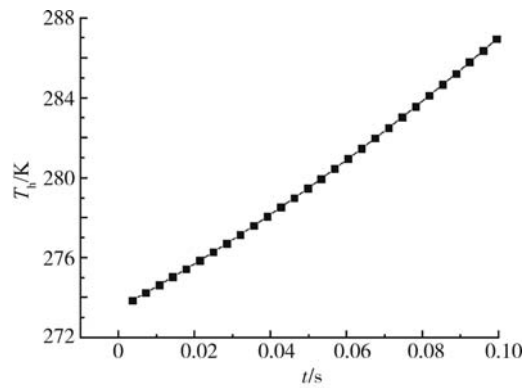
Fig. 7 Changes of inlet pressure p_1 with time

比较图 7、图 8 和图 9, 可以看出 p_4, p_8 的压力变化有延迟, 特别是 p_8 比较明显. 这是因为脉动是以声速传播的, 压力变化传播到后面的元件以声速传播. 本例中距离尺寸约为 0.4 m, 所以延迟时间很短, 约为 0.01 s 量级.

图 10 为选取的算例中的一个元件孔内质量

图8 孔前节点的压力 p_i 随时间的变化Fig. 8 Changes of pressure p_i of node before hole with time图9 篦齿前节点压力 p_8 随时间的变化Fig. 9 Changes of pressure p_8 of node before labyrinth with time图10 孔内流体的质量流量 $\dot{m}_h$ 随时间的变化Fig. 10 Changes of mass flow rate $\dot{m}_h$ in hole with time

流量的变化,可以看出质量流量的变化趋势与压力基本一致,接近于正弦变化,有微小的延迟。图11展示了孔内流体温度的变化,因为流体的初始温度是 273 K,而固体边界温度为 $T_{\text{solid}} = (300 + 300t)$ K,由固体边界向内部流体不断进行热量交换,导致温度逐渐增大。

图11 孔内流体的温度 T_h 随时间的变化Fig. 11 Changes of temperature T_h of fluid in hole with time

目前还没有成熟的可计算航空发动机瞬态空气系统的软件和方法。瞬态空气系统研究权威的数据尤其是边界的瞬态压力条件几乎没有。本文用特征线法计算了绝热情况稳态下模型的压力参数与商业网络流体计算软件 Flowmaster 结果相比较,以验证结果的正确性。计算的边界条件是前述非稳态工况在绝热条件下,时间 $t=0$ 的状态。

由图12可以看出稳态下,各节点的压力与稳态情况下软件 Flowmaster 计算的结果吻合得很好,最大相对误差为 0.051%。图13展示了3个支路的质量流量,最大误差为 3.6×10^{-3} kg/s,串联的各元件内质量流量相等,满足质量守恒原理,都反映了此方法的正确性。两种方法计算的质量流量和压力存在误差的原因是:对于管件的质量流量与压力的关系式,两种方法的计算原理不同,阻力系数大小是有差别的,会导致很小的计算误差。而质量流量误差相对较大的原因是:质量流量值的量级比较小,压力值的量级比较大,质量

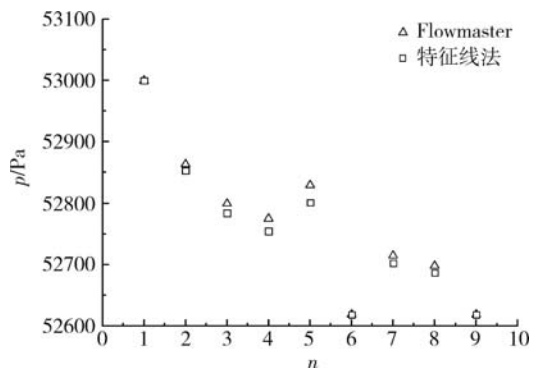


图12 特征线法与 Flowmaster 的压力结果比较

Fig. 12 Comparison of pressures results using characteristics method and Flowmaster

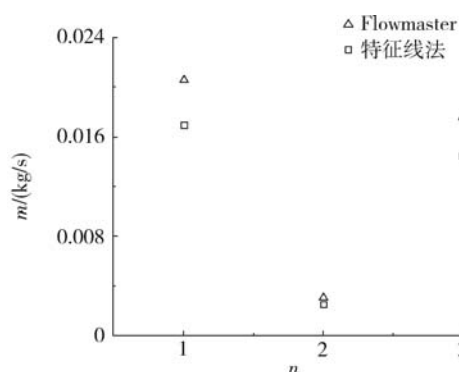


图13 特征线法与Flowmaster的质量流量结果比较
Fig. 13 Comparison of mass flow rate results using characteristics method and Flowmaster

流量是根据流体阻力关系计算得到的,根据流体力学知识,压力变化很小也会引起质量流量较大的变化。

3 结 论

本文引入特征线法求解航空发动机瞬态空气系统问题,用特征线法求解了推导的旋转状态下的连续方程、动量方程,并单独求解能量守恒方程,计算简便、物理意义清晰。通过对简单的空气系统进行模拟,计算了空气系统内流体的压力、质量流量、温度随时间的变化。计算结果表明内部节点的压力、质量流量以相近的趋势随进口压力变化,但有相对应的延迟。在米一级尺度的空间内,延迟时间很短。随着流体与固体边界不断进行热交换,温度随边界温度变化。稳态下参数的值与Flowmaster模拟结果吻合很好,验证了该方法的准确性。特征线法物理意义清晰,在计算过程中发现,计算效率很高,收敛性很好,结果准确。表明特征线法应用在航空发动机瞬态空气系统中有很大优势。而与特征线法结合的旋转盘腔的处理还需要进一步的研究,这将是今后研究工作的重点。

参考文献:

[1] 《航空发动机设计手册》总编委会. 航空发动机设计手册: 第16册 空气系统及传热分析[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001.

[2] Majumdar A K, Steadman T. Numerical modeling of pressurization of a propellant tank[R]. AIAA-99-0879, 1999.

[3] Holt K, Majumdar A K. Numerical modeling and test data comparison of propulsion test article helium pressurization system[R]. AIAA-2000-3719, 2000.

[4] Schallhorn P A. Forward looking pressure regulator algorithm for improved modeling performance within the gen-

eralized fluid system simulation program[R]. AIAA-2004-3667, 2004.

- [5] 侯升平, 陶智, 韩树军, 等. 非稳态流体网络方法在发动机空气冷却系统中的应用[J]. 航空动力学报, 2009, 24(3): 494-498.
- HOU Shengping, TAO Zhi, HAN Shujun, et al. Application of unsteady fluid network to air cooling system in engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(3): 494-498. (in Chinese)
- [6] Schallhorn P A, Majumdar A K. Flow simulation in secondary flow passages of a rocket engine turbopump[R]. AIAA 98-3684, 1998.
- [7] 卢芳云. 一维不定常流体动力学教程[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [8] Kiuchi T. An implicit method for transient gas flows in pipe networks[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1994, 15(5): 378-383.
- [9] Deen J K, Reintsema S R. Modeling of high pressure gas transmission lines[J]. Applied Mathematical Modeling, 1983, 7(4): 268-273.
- [10] Papalexandris M V. Feedback control of thermal systems modeled via the network approach[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2004, 126(3): 509-519.
- [11] Athavale M M, Ho Y H. Analysis of coupled seals, secondary and power stream flow fields in aircraft and aerospace turbo machines[R]. NASA/CR Paper 2005-212716, 2005.
- [12] 苏铭德, 黄素逸. 计算流体力学基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [13] 于必录. 用特征线法解汽泡状气-液两相流中流体过渡问题[J]. 流体机械, 1984(7): 1-6.
- YU Bilu. The method of characteristics used in analyzing the problem of two-phase bubbly air-water mixture[J]. Fluid Machinery, 1984(7): 1-6. (in Chinese)
- [14] 刘铮, 张扬军. 内燃机一维非定常流动[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [15] 于恩禄. 天然气管网的水力瞬变分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.
- YU Enlu. Transient analysis of natural gas systems[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)
- [16] 陶智, 侯升平. 流体网络法在发动机空气冷却系统设计中的应用[J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 1-6.
- TAO Zhi, HOU Shengping. Study on application of fluid network to the design of air system in engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(1): 1-6. (in Chinese)
- [17] 徐在清, 朱惠人, 白江涛. 航空发动机篦齿封严特性数值分析[J]. 机械设计与制造, 2008(6): 31-33.
- XU Zaiqing, ZHU Hui ren, BAI Jiangtao. Numerical analysis of labyrinth seal in aircraft engines[J]. Machinery Design and Manufacture, 2008(6): 31-33. (in Chinese)
- [18] 刘叔千. 管道流体瞬态-水汽锤计算原理[J]. 核动力工程, 1989, 10(4): 55-64.
- LIU Shuqian. Calculation principles for the water and steam hammer in piping[J]. Nuclear Power Engineering, 1989, 10(4): 55-64. (in Chinese)